

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201510063

钢筋混凝土梁柱节点超自由度单元

方自虎,李向鹏,简旭阳,洪博恺

(深圳大学 土木工程学院,广东 深圳 518060)

摘 要:为分析 RC 框架结构在循环荷载作用下的非线性滞回性能,提出一个新的钢筋混凝土梁柱节点单元——“超自由度单元”.单元在梁与节点交界面和柱与节点交界面被划分成“节点截面”和“梁柱截面”,节点的力学性能由 4 节点单元描述,而梁柱受力钢筋与节点核心区的粘结滑移由存在于“节点截面”和“梁柱截面”之间的 8 根弹簧控制.单元具有 4 个外节点和 4 个内节点,每个内节点具有 2 个自由度,每个外节点具有 3 个自由度,该 3 个自由度与普通梁单元一致,从而确保本单元适合于同普通一维梁柱单元一起进行钢筋混凝土结构平面非线性分析.将内节点上的自由度依附到外节点上,单元在数值表现上具有 4 个节点 20 个自由度.通过试验和模拟分析结果对比,结果表明:结构极限承载能力和滞回曲线的捏拢特性都能被单元很好模拟,同时计算机的运行时间非常少.本模型适合于进行循环荷载作用下平面框架结构非线性响应分析.

关键词:梁柱节点单元;钢筋混凝土;框架结构;循环荷载;非线性分析;滞回性能

中图分类号: TU375;O242

文献标志码: A

文章编号: 0367-6234(2017)06-0053-05

Super DOF element of RC beam-column joint

FANG Zihu, LI Xiangpeng, JIAN Xuyang, HONG Bokai

(College of Civil Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong, China)

Abstract: To analyze the nonlinear hysteretic behaviors of RC frame structures under reversed cyclic loading, a new element of reinforced concrete beam-column joints, super DOF element, was presented. The element edges were divided into “joint plane” and “beam-column plane” at the joint-column interface and joint-beam interface. The inelastic mechanism of joint core was represented by the four-node plane stress element. The anchorage failures of beam and column longitudinal reinforcement embedded in the joint were determined by eight springs between “joint plane” and “beam-column plane”. The proposed element has four exterior nodes and four interior nodes. There are two degrees of freedom on each interior node. There are three degrees of freedom on each exterior node, coinciding with ones of typical beam element, so the element is suitable for use together with typical hysteretic beam-column line elements in two-dimensional nonlinear analysis of reinforced concrete structures. The element is implemented as a four-node twenty-degree-of-freedom element through moving the degrees of freedom on the interior nodes to ones on the exterior nodes. The simulated data were compared with tests, and the results indicate that the ultimate strengths and hysteretic pitching behaviors analyzed by the element are well agreement with the test ones and the computer time is short. It concludes that the proposed element is suitable for use in simulating response of building joints under cyclic loading.

Keywords: beam-column joint element; reinforced concrete; frame structures; reversed cyclic loading; non-linear analysis; hysteretic behaviors

钢筋混凝土结构的梁柱节点单元^[1],根据节点变形和受力机理,将节点从功能上区分为节点核心区剪切块的剪切变形、梁柱与核心区交界面的剪切变形和梁柱受力钢筋与核心区混凝土的粘结滑移三大功能组成部分,并分别用三组共 13 根一维弹簧来描述该三大组成部分的材料模型.由于该单元的组成方式不同于一般单元,因此,该节点单元被称为“超级单元”.其中,核心区剪切块假定受纯剪切作

用,因此用一根弹簧描述剪力与剪切变形之间的关系;梁柱与核心区 4 个交界面剪力与剪切位移关系用 4 根弹簧描述;而位于节点两边的梁上下部钢筋以及位于节点上下的柱左右两边钢筋共用 8 根弹簧描述钢筋与核心区混凝土之间的粘结滑移关系.

对于超级单元核心区剪切块材料模型怎样建立,不同的学者有不同的主张.超级单元的建立者^[1-2]根据 MCFT 理论^[3],利用有限元方法计算核心区的剪力和剪切变形之间的关系.LaFave 等^[4]则依据试验统计资料,根据统计分析模型建立的经验公式确定该材料的物理关系.从而可知,超级单元中核心区的剪切材料模型怎样建立,对于超级单元的

收稿日期:2015-10-20

基金项目:国家自然科学基金面上项目(51378313,51578336)

作者简介:方自虎(1962—),男,副教授,硕士生导师

通信作者:方自虎,zihu-f@21cn.com

使用者来说是一个难点.

为了避免核心区剪切材料物理关系建立的困难,本文将超级单元的核心区用平面四节点单元代替,同时考虑梁柱钢筋与核心区混凝土的粘结滑移作用,建立一种新的基于平面 4 节点单元的梁柱节点单元,并在商业平台 ABAQUS 上开发了应用程序.新单元的核心区材料模型由钢筋和混凝土材料根据平面应力状态的 MCFT 理论^[5]建立,不需要使用者提供额外的剪切与剪切变形关系,避免了使用超级单元时不易提供剪切物理关系的困难.本单元与超级单元一样,分析结构时,梁柱由一般梁柱单元模拟,因此,本单元的节点自由度与一般梁柱单元的节点自由度能够顺利衔接.通过循环荷载下钢筋混凝土内、边和角框架 3 个节点的试验结果数值分析,验证了本单元的有效性.

1 节点单元构成

本单元由 4 个外节点和 4 个内节点组成,其中外节点的自由度为 3 个,与普通梁单元自由度一致,见图 1;而内节点自由度与普通平面应力单元的自由度一致,内节点自由度见图 2.图 1 中,外部的数字代表外节点编号,内部的数字则代表内节点编号.

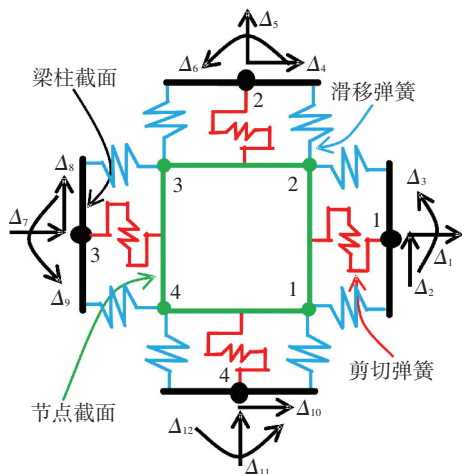


图 1 单元的节点和自由度

Fig.1 Nodes and degrees of freedom in the element

考虑钢筋粘结滑移和梁柱与节点交界面裂缝影响,本节点单元将节点与梁柱交界面处截面,分成“节点截面”和“梁柱截面”(图 1),节点中钢筋与混凝土之间的粘结滑移关系由梁柱截面和节点截面上的自由度一起反映.

本节点的构成思想是:针对文献[1]超级单元中反映核心区剪切,改由平面四节点单元代替,而反映梁柱受力钢筋与混凝土粘结滑移的 8 根弹簧,以及节点与核心区交界面的 4 个剪切弹簧,本单元保留,即本单元由一个四节点平面单元组合 8 根粘结

滑移弹簧和 4 根剪切弹簧而成.

由于内外节点的自由度不同,不利于在通用商业平台上进行二次开发,因此,本文将内节点的自由度“依附”到外节点上,形成一种“超自由度”形式,故不妨称本梁柱节点单元为“超自由度”单元.经过上述自由度依附之后,在数值表现上,本文的梁柱节点单元为:“单元具有 4 个节点,每个节点具有 5 个自由度”的单元几何构造.程序实现时,以单元的外节点作为单元节点,内节点按照图 1 形式由程序内定形成.

超自由度单元的节点位移向量为

$$\Delta = \{D_1 \ D_2 \ D_3 \ D_4\}^T, \quad (1)$$

式中 D_i 为 i ($i=1\sim 4$) 节点的超级自由度向量,以节点 1 为例:

$$D_1 = \{\Delta_1 \ \Delta_2 \ \Delta_3 \ u_1 \ v_1\}^T. \quad (2)$$

式中前 3 个自由度 Δ_1 、 Δ_2 和 Δ_3 属于外节点,后 2 个自由度 u_1 和 v_1 属于内节点,即内节点 1 的水平和竖向位移(图 2),式(1)中其余 3 个节点的自由度向量依次类推.

超级自由度的实现方式,以通用商业平台 ABAQUS 为例,单元节点前 13 个自由度具有固定意义,如 1 至 6 自由度分别为 X 、 Y 和 Z 坐标方向的位移和转角.式(2)中前 3 个自由度正好对应 1、2 和 6,而式(2)中后 2 个自由度可以采用 14 和 15,对应的输入命令如下:

* USER ELEMENT, NODES=4, TYPE=U4, ...

1,2,6,14,15

内节点单元为普通的平面应力单元,见图 2. h_b 为节点的高度,也即梁高; h_c 为节点的宽度,即柱宽.下面分别从变形关系、平衡关系和物理关系来介绍本单元,并在该三大关系的基础上导出单元刚度矩阵和节点抗力向量.

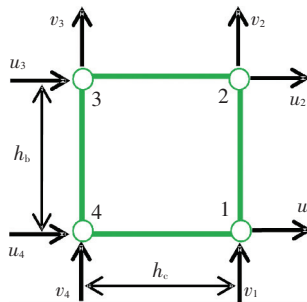


图 2 节点核心区单元

Fig.2 Element of joint core

2 梁柱截面与节点截面变形关系

节点截面与梁柱截面之间的变形关系见图 3,其中 r_i ($i=1\sim 4$) 为剪切变形, S_i ($i=1\sim 8$) 为钢筋与

混凝土之间的粘结滑移变形,该变形也就是模拟粘结滑移弹簧的伸长量。

显然,剪切变形与节点自由度之间有如下关系:

$$\begin{cases} r_1 = \Delta_2 - (v_1 + v_2)/2, \\ r_2 = \Delta_4 - (u_2 + u_3)/2, \\ r_3 = \Delta_8 - (v_3 + v_4)/2, \\ r_4 = \Delta_{10} - (u_1 + u_4)/2. \end{cases} \quad (3)$$

假定 f_b 和 f_c 分别为梁上下钢筋间距和柱子两侧钢筋间距与截面高度的比值,即 $f_b h_b$ (h_b 见图 2) 为梁上下钢筋之间的间距^[1]。

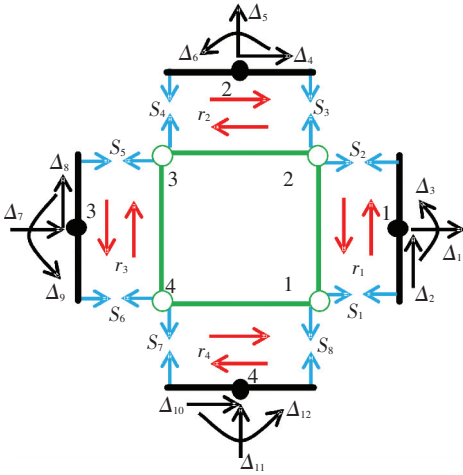


图3 两截面之间的位移关系

Fig.3 Displacement relationship between two sections

令: $\alpha_c = 0.5h_b f_c / \beta_c = (1+f_c)/2$, $\gamma_c = (1-f_c)/2$, 相应的 α_b, β_b 和 γ_b 仅是将式中下标 c 改为 b 即可, 则弹簧伸长量与节点自由度有如下关系:

$$\begin{cases} S_1 = \Delta_1 + \alpha_b \Delta_3 - \beta_b u_1 - \gamma_b u_2, \\ S_2 = \Delta_1 - \alpha_b \Delta_3 - \gamma_b u_1 - \beta_b u_2, \\ S_3 = \Delta_5 + \alpha_c \Delta_6 - \beta_c v_2 - \gamma_c v_3, \\ S_4 = \Delta_5 - \alpha_c \Delta_6 - \gamma_c v_2 - \beta_c v_3, \\ S_5 = -\Delta_7 + \alpha_b \Delta_9 + \beta_b u_3 + \gamma_b u_4, \\ S_6 = -\Delta_7 - \alpha_b \Delta_9 + \gamma_b u_3 + \beta_b u_4, \\ S_7 = -\Delta_{11} + \alpha_c \Delta_{12} + \beta_c v_4 + \gamma_c v_1, \\ S_8 = -\Delta_{11} - \alpha_c \Delta_{12} + \gamma_c v_4 + \beta_c v_1. \end{cases} \quad (4)$$

3 平衡关系

单元的节点抗力向量为

$$\mathbf{F} = \{f_1 \ f_2 \ f_3 \ f_4\}^T. \quad (5)$$

式中: $f_i = \{F_1 \ F_2 \ F_3 \ X_1 \ Y_1\}^T$ 为对应节点 1 超级自由度向量 $\mathbf{D}_1$ 的节点抗力向量, 其余 3 个节点的抗力向量依次类推。 F_i 与图 3 节点位移 Δ_i 相对应; X_i 和 Y_i 与图 2 中节点位移 u_i 和 v_i 相对应; 8 根粘结滑移弹簧力用 P_i 表示, P_i 与图 3 弹簧伸长 S_i 相对应; 模拟截面剪切变形的 4 根弹簧力用 Q_i 表示, Q_i

与图 3 剪切位移 r_i 相对应。

粘结滑移弹簧力与单元节点抗力之间的平衡关系为

$$\begin{cases} F_1 = P_1 + P_2, \\ F_3 = (P_1 - P_2) h_b f_b / 2, \\ F_5 = P_3 + P_4, \\ F_6 = (P_3 - P_4) h_b f_c / 2, \\ F_7 = -P_5 - P_6, \\ F_9 = (P_6 - P_5) h_b f_b / 2, \\ F_{11} = -P_7 - P_8, \\ F_{12} = (P_8 - P_7) h_b f_c / 2. \end{cases} \quad (6)$$

截面剪切弹簧力与单元节点抗力之间的平衡关系为

$$\begin{cases} F_2 = -(Y_1 + Y_2) = Q_1, \\ F_4 = -(X_2 + X_3) = Q_2, \\ F_8 = -(Y_3 + Y_4) = Q_3, \\ F_{10} = -(X_1 + X_4) = Q_4. \end{cases} \quad (7)$$

4 物理关系

本节点存在 4 种材料的物理关系: (1) 平面单元的混凝土材料; (2) 平面单元内钢筋材料, 包括节点内的箍筋和梁柱穿插于节点内的受力钢筋; (3) 梁柱受力钢筋与节点核心区内混凝土之间的粘结滑移; (4) 梁柱截面与节点截面之间的剪切变形物理关系。其中, (1) 和 (2) 中混凝土材料采用 MCFT 理论建立物理关系^[3,5], 钢筋材料采用根据 Ramberg-Osgood 公式建立的滞回钢筋模型^[3,5], 两种材料在商业平台 ABAQUS 上的 UMAT 接口程序已经过数值检验^[5-6]。而 (3) 中的粘结滑移物理关系, 由于超级单元使用的粘结滑移关系^[1-2] 已经过 OpenSees 大量用户的检验, 因此, 在本节点上直接采用该材料模型。对于上述 (4) 变形关系^[7], 由于本文的重点不在于建立这样的剪切模型, 因此, 在本文的数值实现过程中假定该关系为线弹性的。

5 刚度矩阵

图 2 所示的平面单元刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_i = \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^N \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \mathbf{W}(\xi_j) \mathbf{W}(\eta_m) V / 4. \quad (8)$$

式中: N 是高斯积分点数, $\mathbf{W}(\xi_j)$ 和 $\mathbf{W}(\eta_m)$ 为高斯积分权重, ξ_j 和 η_m 为高斯点的自然坐标值, V 是节点的体积, $\mathbf{D}$ 是根据 MCFT 理论得到的混凝土材料应力应变雅可比矩阵^[5] 和根据滞回钢筋模型得到的节点箍筋和梁柱受力钢筋材料应力应变雅可比矩阵^[5], $\mathbf{B}$ 是平面单元的应变矩阵, 如式 (9) 所示。

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{B}_2 \quad \mathbf{B}_3 \quad \mathbf{B}_4], \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{B}_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (1-\eta)/h_c & 0 \\ 0 & -(1+\xi)/h_b \\ -(1+\xi)/h_b & (1-\eta)/h_c \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其余 3 个类推可得.式(8)建立的刚度矩阵为对应单元的内节点自由度部分,而单元的总刚度矩阵还要考虑 8 根粘结滑移弹簧和 4 根剪切弹簧引起的刚度.

粘结滑移弹簧刚度矩阵,以弹簧 1 为例,余者依次类推.将式(4)中弹簧 1 的位移 S_1 写成矩阵形式,有:

$$S_1 = \mathbf{B}_{s1} \mathbf{\Delta}_{s1}, \quad (11)$$

式中: $\mathbf{B}_{s1} = [1 \quad \alpha_b \quad -\beta_b \quad -\gamma_b]$, $\mathbf{\Delta}_{s1}$ 是 $\{\Delta_1 \quad \Delta_3 \quad u_1 \quad u_2\}^T$.

此时弹簧的刚度记为 D_{s1} ,则其刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_{s1} = \mathbf{B}_{s1}^T D_{s1} \mathbf{B}_{s1}. \quad (12)$$

同理,将式(3)的剪切弹簧变形写成矩阵形式,以 r_1 为例,则有:

$$r_1 = \mathbf{B}_{r1} \mathbf{\Delta}_{r1}, \quad (13)$$

式中: $\mathbf{B}_{r1} = [1 \quad -0.5 \quad -0.5]$, $\mathbf{\Delta}_{r1}$ 是 $\{\Delta_2 \quad v_1 \quad v_2\}^T$.

若剪切刚度记为 D_{r1} ,则其刚度矩阵为

$$\mathbf{K}_{r1} = \mathbf{B}_{r1}^T D_{r1} \mathbf{B}_{r1}. \quad (14)$$

将式(8)、(12)和(14)组合,即可得到节点单元的总刚度矩阵.

6 节点抗力向量

平面单元(图 2)在当前应力状态下的节点抗力向量为

$$\mathbf{X} = \sum_{j=1}^N \sum_{m=1}^N \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} W(\xi_j) W(\eta_m) V/4. \quad (15)$$

式中: $\mathbf{X} = \{N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4\}^T$, N_i 即为 $\{X_i \quad Y_i\}^T$, $\boldsymbol{\sigma}$ 为平面单元高斯点的应力向量.8 根弹簧引起的节点抗力,仍然以弹簧 1 为例,由式(4)知,若弹簧 1 当前状态的弹簧力为 P_1 ,则其引起的节点抗力向量为

$$\mathbf{F}_{s1} = \mathbf{B}_{s1}^T P_1. \quad (16)$$

式中: $\mathbf{F}_{s1}$ 是 $\{F_1 \quad F_3 \quad X_1 \quad X_2\}^T$, $\mathbf{B}_{s1}$ 同式(11).4 根剪切变形弹簧引起的节点抗力向量,以 r_1 为例则有:

$$\mathbf{F}_{r1} = \mathbf{B}_{r1}^T Q_1. \quad (17)$$

式中: $\mathbf{F}_{r1}$ 是 $\{F_2 \quad Y_1 \quad Y_2\}^T$,而 Q_1 为对应的剪力.组合式(15)、(16)和(17)即可得到总节点抗力向量.

7 力与位移关系

非线性问题的有限元求解过程中,对于每个荷

载增量步每次循环,都需要求解下式:

$$\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\delta} = \mathbf{P} - \mathbf{F}. \quad (18)$$

式中: $\mathbf{K}$ 即为由式(8)、(12)和(14)求得的当前循环步的单元刚度矩阵, $\boldsymbol{\delta}$ 为位移增量向量, $\mathbf{P}$ 为当前增量步的总荷载向量, $\mathbf{F}$ 为由式(15)、(16)和(17)求得的节点抗力向量.

8 验 证

本文选择内框架节点 UNIT1^[8]、边框架节点 UNIT3^[9] 和角框架节点 KJ5^[10] 的试验结果来验证单元的有效性.下列算例中,梁柱单元采用 ABAQUS 的 B21 梁单元,梁柱钢筋用 rebar 形式,即不考虑梁柱的钢筋与混凝土间粘结滑移^[5-6].梁柱单元采用分层法,混凝土材料采用 OpenSees 中的 concrete01 模型,即忽略混凝土拉应力.钢筋的滞回模型采用 Vecchio 模型^[5].

8.1 算例 1—内框架节点 UNIT1

本算例^[8]是超级单元在 OpenSees 平台上验证的算例,相关试验数据也可于 OpenSees 网站获得.分析中节点每边的梁柱都划分 10 个单元,其中梁上荷载作用点到节点之间分 4 个单元(ABAQUS 计算模型见图 4).

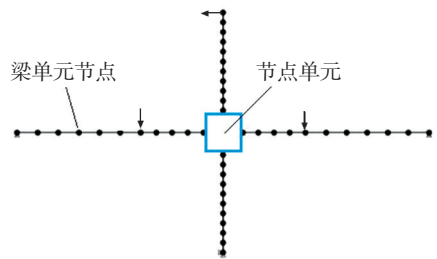


图 4 UNIT1 分析模型

Fig.4 Analysis model of UNIT1

图 5 给出 UNIT1 柱顶水平荷载和水平位移滞回曲线的试验^[8]与本文分析结果对比.可以看出,本文提出的单元,在节点承载能力、滞回曲线的捏拢效果上,基本能够很好地描述试验结果.而其在 cpu 主频为 2.5 GHz 的 intel i5 内存 8 G 的笔记本电脑上“用户运算时间”为 110.40 s,运算效率应该是令人非常满意的.

8.2 算例 2—边框架节点 UNIT3

分析中梁和上下柱均分 10 个单元,图 6 为梁端荷载与位移滞回曲线的试验^[9]和本文分析结果.

从图 6 可看出,在承载能力、初始刚度和捏拢效果上,本文方法都基本能够准确描述,说明本单元在边节点上有着比较好的表现.

8.3 算例 3—角框架节点 KJ5

分析中梁柱均分 10 个单元,原试验曲线是梁柱

交界面上, 梁截面弯矩与柱偏转角之间的滞回曲线^[10], 本文将该滞回曲线转换为梁加载端剪力与轴向位移之间的滞回曲线. 梁端受拉力时, 角框架变形为“张开”, 对应滞回曲线上的正位移与正剪力; 梁端受压力时, 角框架变形为“闭合”, 对应滞回曲线上的负位移与负剪力. 滞回曲线的本文方法分析结果和试验结果对比见图 7.

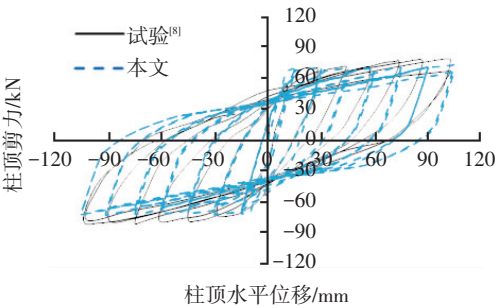


图 5 UNIT1 试验与分析滞回曲线对比

Fig.5 Comparison of load-deflection responses for UNIT1

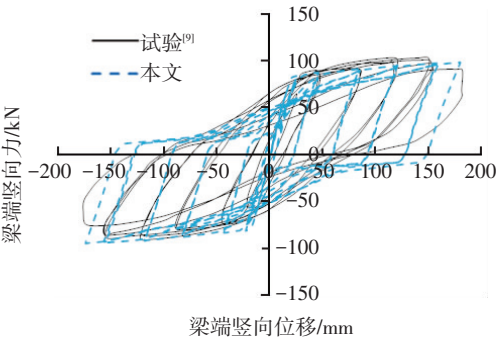


图 6 UNIT3 试验与分析滞回曲线对比

Fig.6 Comparison of load-deflection responses for UNIT3

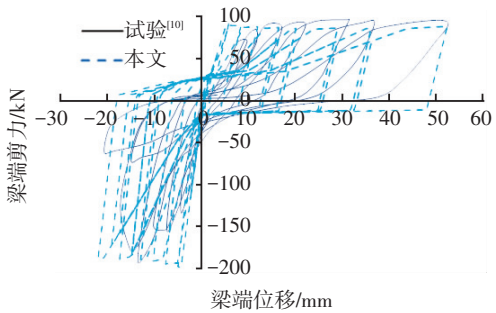


图 7 KJ5 试验与分析滞回曲线对比

Fig.7 Comparison of load-deflection responses for KJ5

从图 7 可看出, 在承载能力上, 本文方法基本能准确描述“张开”变形的强度描述基本准确, 而在“闭合”变形后期加载时, 结构强度严重退化, 本文方法虽有反映, 但退化程度与实际差距较大.

9 结 语

本文将钢筋混凝土梁柱节点单元的内节点自由度“依附”到外节点上形成一种“超自由度”模式的

单元, 通过编制单元的 UEL 程序将其移植到 ABAQUS 通用分析平台上, 使得循环荷载作用下的钢筋混凝土框架结构的非线性分析可以真正在通用数值分析平台得以进行, 为钢筋混凝土框架结构在通用平台上进行动力荷载作用下的非线性分析打下了坚实基础. 通过对钢筋混凝土结构内、边和角框架节点 3 个梁柱节点模型试验的算例分析, 也验证了本文“超自由度”节点单元的有效性.

参考文献

[1] MITRA N, LOWES L N. Evaluation, calibration, and verification of a reinforced concrete beam-column joint model [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2007, 133(1): 105-120. DOI:10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:1(105).

[2] LOWES L N, ALTOONTASH A. Modeling reinforced concrete beam-column joints subjected to cyclic loading [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2003, 129(12): 1686-1697. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9445(2003)129:12(1686).

[3] VECCHIO F J, COLLINS M P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear [J]. ACI Structural Journal, 1986, 83(2): 219-231.

[4] LAFAVE J M, KIM J R. Joint shear behavior prediction for RC beam-column connections [J]. International Journal of Concrete Structures and Materials, 2011, 5(1): 57-64. DOI: 10.4334/IJCSM.2011.5.1.057.

[5] 方自虎, 谢强, 周尧, 等. 循环荷载下 MCFT 混凝土结构模型 [J]. 地震工程与工程振动, 2015, 35(3): 73-78. DOI: 10.13197/j.eeev.2015.03.073.fangzh.009.

FANG Zihu, XIE Qiang, ZHOU Yao, et al. MCFT model of concrete structures subjected to cyclic loading [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2015, 35(3): 73-78. DOI: 10.13197/j.eeev.2015.03.073.fangzh.009.

[6] 方自虎, 简旭阳, 周尧, 等. 考虑屈曲的钢筋滞回模型 [J]. 武汉大学学报, 2016, 49(2): 254-258. DOI: 10-14188/j.1671-8844.2016-02-016.

FANG Zihu, JIAN Xuyang, ZHOU Yao, et al. Hysteretic model of reinforced bar considering buckling [J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2016, 49(2): 254-258. DOI: 10-14188/j.1671-8844.2016-02-016.

[7] SHIOHARA H. New model for shear failure of RC interior beam-column connections [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2001, 127(2): 152-160.

[8] PARK R, RUITONG D. A comparison of the behavior of reinforced concrete beam-column joints designed for ductility and limited ductility [J]. Bulletin of the New Zealand National Society of Earthquake Engineering, 1988, 21(4): 255-278.

[9] PARK R, MILBURN J R. Comparison of recent New Zealand and United States seismic design provisions for reinforced concrete beam-column joints and test results from four units designed according to the New Zealand code [J]. Bulletin of the New Zealand national society for earthquake engineering, 1983, 16(1): 3-24.

[10] ANGELAKOS B. The behavior of reinforced concrete knee joints under earthquake loads [D]. Toronto: University of Toronto, 1999.

(编辑 赵丽莹)